北京市西城区2019—2020学年度第一学期期末试卷

 高三数学参考答案 2020.1

**一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.**

1．B 2．D 3．D 4．C

5．A 6．A 7．B 8．D

**二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 9． | 10．  | 11． |
| 12．  | 13．答案不唯一，如 | 14．； |

**注：第14题第一问2分，第二问3分.**

**三、解答题：本大题共6小题，共80分. 其他正确解答过程，请参照评分标准给分.**

15．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）因为 ……………… 2分

 

  ……………… 5分

 ， ……………… 7分

 所以函数的最小正周期为. ……………… 8分

（Ⅱ）因为，所以． ……………… 9分

 所以当，即时，取得最小值. ……………… 11分

 当，即时，取得最大值． ……………… 13分

16．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）设事件：“在样本中任取1个，这个出行人恰好不是青年人”为，

 ……………… 1分

 由表可得：样本中出行的老年人、中年人、青年人人次分别为，，，

……………… 2分

 所以在样本中任取1个，这个出行人恰好不是青年人的概率.

……………… 3分

（Ⅱ）由题意，的所有可能取值为：0，1，2. ……………… 4分

因为在2018年从*A*市到*B*市乘坐高铁的所有成年人中，随机选取1人次，此人为老年人概率是， ……………… 5分

 所以， ……………… 6分

 ， ……………… 7分

 . ……………… 8分

 所以随机变量的分布列为：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |   |   |

 ……………… 9分

 故. ……………… 10分

 （Ⅲ）答案不唯一，言之有理即可.

 如可以从满意度的均值来分析问题，参考答案如下：

 由表可知，乘坐高铁的人满意度均值为：，

 乘坐飞机的人满意度均值为：， ……………… 12分

 因为，

 所以建议甲乘坐高铁从*A*市到*B*市. …………… 13分

17．（本小题满分14分）

*B*1

*C*

*D*

*B*

*A*

*A*1

*C*1

*E*

解：（Ⅰ）由题意，三棱柱为正三棱柱.

 连接. 设，则是的中点.

 连接. 由，分别为和的中点，

 得. ……………… 2分

又因为平面，平面，

 所以平面. ……………… 4分

 （Ⅱ）取的中点，连接.

 因为△为正三角形，且为中点，

*B*1

*C*

*D*

*B*

*A*

*A*1

*C*1

*z*

*y*

*x*

*F*

 所以.

 由，分别为和的中点，得，

 又因为平面，

 所以平面，

 所以，.

 分别以，，为轴，轴，轴，如图建立空间直角坐标系，… 5分

 则，，，，，

 所以，，，， …… 6分

 设平面的法向量，

 由，，得

 令，得. ……………… 8分

 设平面的法向量，

 由，，得

 令，得. ……………… 9分

 设二面角的平面角为，则 ，

 由图可得二面角为锐二面角，

 所以二面角的余弦值为. ……………… 10分

 （Ⅲ）结论：直线与平面相交. ……………… 11分

 证明：因为，，且，

 所以. ……………… 12分

 又因为平面的法向量，且，

 所以与不垂直，

 所以平面，且与平面不平行，

 故直线与平面相交. ……………… 14分

18．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）由题意，得，直线（）， ……………… 2分

 设，，

 联立消去，得，…… 3分

 显然，， ……………… 4分

 则点的横坐标， ……………… 5分

 因为，

 所以点在轴的右侧. ……………… 6分

 （Ⅱ）由（Ⅰ）得点的纵坐标. ……………… 7分

 即.

 所以线段的垂直平分线方程为：. ……… 8分

 令，得；令，得. ……………… 9分

 所以△的面积， ……… 10分

 △的面积. …… 11分

 因为△与△的面积相等，

 所以，解得.

 所以当△与△的面积相等时，直线的斜率. ……… 13分

19．（本小题满分14分）

解：（Ⅰ）由****，得, ……………… 2分

 所以，.

 所以曲线在点处的切线方程为. …………… 4分

（Ⅱ）由，得，

 则. … …………… 5分

 当时，由，得，

 所以函数在上单调递增； ……………… 7分

 当时，由，得，

 所以函数在上单调递减.

 综上，函数的单调递增区间为，单调递减区间为. … 8分

 （Ⅲ）由，得在上恒成立.

 设， ……………… 9分

 则.

 由，得，（）. ……………… 10分

 随着变化，与的变化情况如下表所示：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  | 0 |  |
|  | ↘ | 极小值 | ↗ |

 所以在上单调递减，在上单调递增.

 所以函数的最小值为.

 由题意，得，即 . …………… 12分

 设，则.

 因为当时，； 当时，，

 所以在上单调递增，在上单调递减.

 所以当时，.

 所以当，，即，时，有最大值为. …………… 14分

20．（本小题满分13分）

解：（Ⅰ）答案不唯一. 如； ……………… 3分

 （Ⅱ）假设存在一个使得, ……………… 4分

 令，其中且，

 由题意，得， ……………… 6分

 由为正整数，得，这与为集合中的最大元素矛盾，

 所以任意，. ……………… 8分

（Ⅲ）设集合中有个元素，，

 由题意，得，，

 由（Ⅱ），得.

 假设，则.

 因为，

 由题设条件，得，

 因为，

 所以由（Ⅱ）可得，

 这与为中不超过的最大元素矛盾，

 所以，

 又因为，，

 所以. ……………… 10分

 任给集合的元子集，令， 以下证明集合符合题意：

 对于任意，则.

若，则有，

 所以，，从而.

 故集合符合题意， ……………… 12分

 所以满足条件的集合的个数与集合的子集个数相同，

 故满足条件的集合有个. ……………… 13分